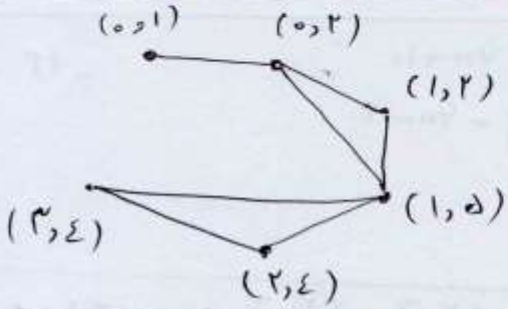
۱- $\left.\begin{array}{l}3p=2q\\ q=2p-3\end{array}\right\} \Rightarrow 3p = 2(2p-3) \Rightarrow p=6 \qquad q=9$

۲- الف) $\frac{6\times 5}{2} = 15$ ب) $\binom{6}{3}$ ج) صفر

د) هیچ - دور ندارد

۳- خیر چون دور به طول ۶ ندارد.



۴- $\sum \deg v_i = 2q$

$3+8+6+x = 2(6+x-1) \Rightarrow x+17 = 10+2x \rightarrow \boxed{x=10}$

۵- الف) $\binom{7}{5}\frac{(5-1)!}{2} = 21\times\frac{24}{2} = 252$

ب) $a\ \boxed{5}\ \boxed{4}\ \boxed{3}\ b \rightarrow 60$

۶- یال را می‌توان حداقل با ۹ رأس رسم کرد
پس حداکثر ۵ بخش و حداقل ۱ بخش دارد.

$p=13 \qquad q=30$

۷- تعداد صفرها $= p^2-2q \Rightarrow 17 = 49-2q \Rightarrow 2q=32 \qquad q=16$

۸- متن کتاب

۹- الف) $(2k)(2k+2) = 4\underbrace{(k)(k+1)}_{2q} = 8q$

ب) $(a,b)=1 \Rightarrow \exists m,n\in\mathbb{Z}: ma+nb=1$
$(a,c)=1 \Rightarrow \exists m',n'\in\mathbb{Z}: m'a+n'c=1$ $\Big\} \xrightarrow{\times}$

$mm'a^2+mn'ac+nm'ba+nn'bc=1 \Rightarrow a(mm'a+mn'c+nm'b)+bc(nn')=1$

$\Rightarrow am''+bcn''=1 \Rightarrow (a,bc)=1$

۱۰- $۲۸A = ۲۷A + A = ۲۱۱۰۲۲۰۰۰ + ۲۱۱۰۲۲ = (۲۱۲۵۱۰۰۲۲)_۳$

ب) $(۲۵۱۰۸)_۹$

۱۱- $(a,b)=۸ \qquad ۸a'+۸b'=۴۰ \Rightarrow a'+b'=۵ \qquad (a',b')=۱$

$[a,b]=a'b'd$

$a'=۱, b'=۴ \rightarrow [a,b]=۴۲ \qquad a'=۲, b'=۳ \rightarrow [a,b]=۲\times۳\times۸=۴۸$

۱۲- $(۴n+۵, ۲n+۱)=d \Rightarrow d \mid ۴n+۵ \Rightarrow d \mid ۹n+۱۰$

$d \mid ۲n+۱ \Rightarrow d \mid -۹n-۴$

$\Rightarrow d \mid ۷ \Rightarrow d=\pm۱, ۷ \qquad \max d=۷$

۱۳- $۲^{۱۵} \times ۳^{۱۰}$

$۲۰! = ۲^{۱۸} \times ۳^{۸}$

$\rightarrow$ ب.ر.ج $= ۲^{۱۵} \times ۳^{۸}$

توان ۲ در $۲۰!$ $\rightarrow \left[\frac{۲۰}{۲}\right]+\left[\frac{۲۰}{۴}\right]+\left[\frac{۲۰}{۸}\right]+\left[\frac{۲۰}{۱۶}\right]=۱۰+۵+۲+۱=۱۸$

توان ۳ در $۲۰!$ $\rightarrow \left[\frac{۲۰}{۳}\right]+\left[\frac{۲۰}{۹}\right]+\left[\frac{۲۰}{۲۷}\right] \rightarrow ۶+۲=۸$

۱۴-

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \hline r & q \end{array} \qquad a=bq+r$$

$$\begin{array}{r|l} a+۲۷ & b \\ \hline r-۱۵ & q+۲ \end{array}$$

$a+۲۷ = b(q+۲)+r-۱۵$

$a+۲۷ = bq+۲b+r-۱۵$

$a+۲۷ = a+۲b-۱۵ \Rightarrow ۲b=۴۶ \rightarrow b=۲۱$

پایان