

نام و نام خانوادگی: امتحان درس: آمار و احتمال پایه: یازدهم رشته: ریاضی		باسمه تعالی مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴ دبیرستان غیردولتی هدی (دوره ی دوم) آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰-۱۴۰۱ تعداد صفحه: ۴ تعداد سؤال: ۱۴		تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۵ مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه نام دبیر: خانم علم خواه نیاز به پاسخنامه ندارد.																																								
تاریخ تصحیح: / / ۱۴۰۰ نمره: با عدد (نمره با حروف:) امضای دبیر:																																												
ردیف	شرح سوالات				بارم																																							
۱	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) $\frac{5x \dots}{4} \in \left\{3, \frac{1}{2}\right\}$ ، $\frac{12}{5}$ ، $\frac{2}{10}$ ب)تعداد زیر مجموعه های سره مجموعه γ عضوی برابر است با پ)اگر A و B دو پیشامد نا سازگار باشند آنگاه $P(A \cup B) = \dots$ $P(A) + P(B)$ $2^{\gamma}-1$				۱/۵																																							
۲	ارزش گزاره های زیر را مشخص کنید و سپس نقیض آنها را بنویسید. الف) $\exists x \in R ; x^2 + 2x = 1$ درست است ب) $\forall n \in N : (2^n + 1) \in P$ نادرست $\forall x \in R ; x^2 + 2x \neq 1$ $\exists n \in N ; 2^n + 1 \notin P$				۱/۵																																							
۳	ارزش گزاره های مرکب زیر را مشخص کنید. الف) ۵ زوج است اگر و تنها اگر ۹ مربع کامل باشد. ب) $(2 > 1) \vee (x^2 + 1 = 0)$ $2 < 5 \Leftrightarrow 2 > 5$ $2 < 5 \vee 2 > 5$				۱																																							
۴	با استفاده از جدول ارزش گزاره ها، نشان دهید: الف) $\sim P \vee P \equiv T$ ب) $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow \sim q$ <table><tr><td>P</td><td>q</td><td>$P \Leftrightarrow q$</td><td>$\sim(P \Leftrightarrow q)$</td><td>$\sim q$</td><td>$P \Leftrightarrow \sim q$</td></tr><tr><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td></tr><tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr><tr><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td></tr><tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td></tr></table> <table><tr><td>P</td><td>$\sim P$</td><td>$\sim P \vee P$</td></tr><tr><td>د</td><td>ن</td><td>د</td></tr><tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td></tr></table>				P	q	$P \Leftrightarrow q$	$\sim(P \Leftrightarrow q)$	$\sim q$	$P \Leftrightarrow \sim q$	د	د	د	ن	ن	د	د	ن	ن	د	د	د	ن	د	ن	د	ن	د	ن	ن	د	ن	د	ن	P	$\sim P$	$\sim P \vee P$	د	ن	د	ن	د	د	۱/۵
P	q	$P \Leftrightarrow q$	$\sim(P \Leftrightarrow q)$	$\sim q$	$P \Leftrightarrow \sim q$																																							
د	د	د	ن	ن	د																																							
د	ن	ن	د	د	د																																							
ن	د	ن	د	ن	د																																							
ن	ن	د	ن	د	ن																																							
P	$\sim P$	$\sim P \vee P$																																										
د	ن	د																																										
ن	د	د																																										

۵	مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۵ را به سه زیر مجموعه A و B و C افراز کرده ایم اگر A مجموعه اعداد اول و $B = \{4k k \in N\}$ باشند ، مجموعه C را مشخص کنید. $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\} \quad B = \{4, 8, 12\} \quad C = \{1, 6, 9, 10, 14\}$
۶	اگر ۳ عضو به مجموعه A اضافه کنیم به تعداد زیر مجموعه های آن ۵۶ واحد اضافه می شود مجموعه A چند عضو دارد؟ $2^{n+3} = 56 + 2^n \rightarrow 2^n \times 8 - 2^n = 56 \Rightarrow 7(2^n) = 56 \rightarrow 2^n = 8 \rightarrow \boxed{n=3}$
۷	با فرض $A = \{a, b, c, d, e\}$ الف) تعداد زیر مجموعه های سه عضوی A که شامل b و فاقد e باشند چندتا است؟ $\binom{3}{2} = 3$ ب) مجموعه B را طوری بنویسید که $A \in B, A \subseteq B$ باشد. $B = \{a, b, c, d, e, \{a, b, c, d, e\}\}$
۸	الف) اگر $U \subseteq A$ ثابت کنید $A = U$ $\left. \begin{array}{l} \text{فرض } U \subseteq A \\ \text{میدانیم } A \subseteq U \end{array} \right\} \Rightarrow A = U$ ب) با فرض اینکه $X \subseteq A$ و $X \subseteq A'$ آنگاه $X = \emptyset$ $\left. \begin{array}{l} X \subseteq A \\ X \subseteq A' \end{array} \right\} \Rightarrow (X \cap X) \subseteq (A \cap A') \Rightarrow X \subseteq \emptyset \Rightarrow X = \emptyset$ $\left[\because \emptyset \subseteq X \right]$

الف) $(A - B)' = (A' \cup B)$

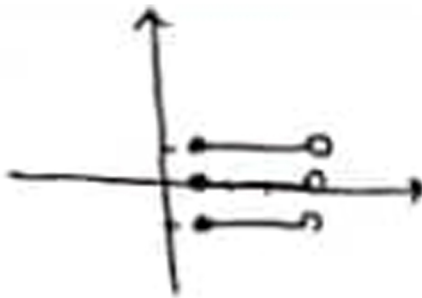
الف) $(A - B)' \stackrel{\text{تفاضل}}{=} (A \cap B')' \stackrel{\text{دو}}{=} A' \cup (B')' = A' \cup B \checkmark$

ب) $(A \cap B) \cup (B' \cap A) = A$

ب) $(A \cap B) \cup (B' \cap A) = A \cap (B \cup B') = A \cap U = A$

۱۰

الف) اگر $A = [1, 4]$ و $B = \{-1, 0, 1\}$ نمودار $A \times B$ را رسم کنید.



۱۱

اگر $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم .

الف) احتمال اینکه عدد انتخاب شده مضرب ۴ یا مضرب ۵ باشد را حساب کنید.

$B: \text{مضرب } 4 \rightarrow n(B) = \left[\frac{100}{4} \right] = 25$

$C: \text{مضرب } 5 \rightarrow n(C) = \left[\frac{100}{5} \right] = 20$

$n(B \cap C) = \left[\frac{100}{20} \right] = 5$

$P(B \cup C) = \frac{25}{100} + \frac{20}{100} - \frac{5}{100} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$

ب) احتمال اینکه عدد انتخاب شده مضرب ۴ باشد ولی مضرب ۵ نباشد را بدست آورید.

$P(B - C) = P(B) - P(B \cap C) = \frac{25}{100} - \frac{5}{100} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

۱/۵	۱۲ در پرتاب دو تاس : الف) تعداد اعضای فضای نمونه را بنویسید. $n(S) = 36$ ب) احتمال اینکه مجموع اعداد ظاهر شده ۸ باشد چقدر است؟ $A = \{(2, 4)(4, 2)(3, 5)(5, 3)(4, 4)\} \quad P(A) = \frac{5}{36}$ ج) احتمال اینکه اعداد ظاهر شده یکسان نباشند چقدر است؟ $B = \{(1, 1)(2, 2) \dots (6, 6)\} \rightarrow P(B') = 1 - \frac{6}{36} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$	۱۲
۱/۵	۱۳ اگر $s = \{a, b, c\}$ و $p(a)$ و $p(b)$ و $p(c)$ دنباله هندسی با قدر نسبت $\frac{1}{3}$ تشکیل دهند احتمال وقوع هر کدام را بدست آورید. $P(a) = t \rightarrow P(b) = \frac{1}{3}t \quad P(c) = \frac{1}{9}t \rightarrow t + \frac{1}{3}t + \frac{1}{9}t = 1 \Rightarrow \frac{13}{9}t = 1 \rightarrow t = \frac{9}{13}$ $P(a) = \frac{9}{13} \quad P(b) = \frac{3}{13} \quad P(c) = \frac{1}{13}$	۱۳
۲	۱۴ درون ظرفی ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و ۲ مهره آبی ، سه مهره به تصادف بر می داریم احتمال پیشامد های زیر را حساب کنید. الف) سه مهره هم رنگ باشند. $n(S) = \binom{10}{3} = \frac{1 \times 9 \times 8}{6} = 120$ $\text{الف) } P(A) = \frac{\binom{5}{3} + \binom{3}{3}}{120} = \frac{10 + 1}{120} = \frac{11}{120}$ ب) حداکثر ۱ مهره آبی باشد. $P(B) = \frac{\binom{2}{1} \binom{8}{2} + \binom{8}{3}}{120} = \frac{(2 \times 28) + 56}{120} = \frac{112}{120} = \frac{56}{60} = \frac{14}{15}$	۱۴
۲۰	درناه حق موفق و پیروز باشید.	