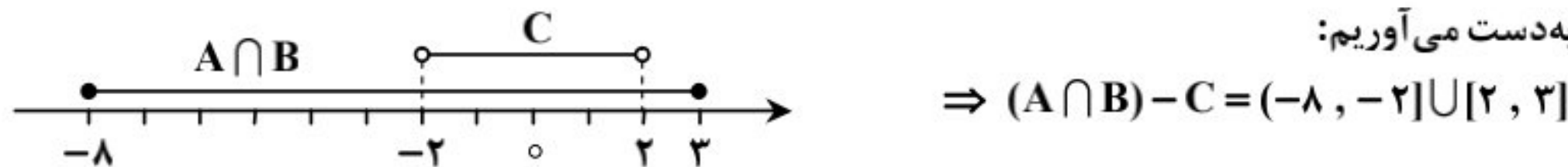


۱- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۱ - درس ۱)

ابتدا اشتراک A و B را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} A = (-8, 3] \\ B = (-\infty, 4] \end{cases} \Rightarrow A \cap B = (-8, 3]$$

حال مجموعه $(A \cap B) - C$ را به دست می آوریم:تعداد نقاط صحیح داخل مجموعه به دست آمده اعداد مجموعه $\{-7, -6, -5, -4, -3, -2, 2, 3\}$ است که تعداد آنها ۸ تا است.

۲- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۱ - درس ۴)

نکته: اگر b واسطه حسابی a و c باشد، داریم: $b = \frac{a+c}{2}$

مطابق نکته می توان نوشت:

$$\frac{a}{2} = \frac{a+a+4}{2} \Rightarrow a = 2a+4 \Rightarrow a = -4$$

۳- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۱ - درس ۴)

راه حل اول:

می دانیم هر جمله دنباله هندسی از ضرب قدرنسبت در جمله قبلی به دست می آید (به جز جمله اول). بنابراین برای به دست آوردن جمله چهارم، کافی است جمله ششم را دو بار بر ۳ تقسیم کنیم:

$$t_5 = \frac{t_6}{3} = \frac{\frac{1}{9}}{3} = \frac{1}{27} \quad t_4 = \frac{t_5}{3} = \frac{\frac{1}{27}}{3} = \frac{1}{81}$$

راه حل دوم:

نکته: جمله nام دنباله هندسی به صورت $t_n = t_1 r^{n-1}$ است که در آن t_1 جمله اول و r قدرنسبت می باشد. ($t_1, r \neq 0$)

مطابق نکته می توان نوشت:

$$t_6 = t_4 r^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = t_4 \times 3^2 \Rightarrow \frac{1}{9} = 9t_4 \Rightarrow t_4 = \frac{1}{81}$$

۴- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * ریاضی ۱ (فصل ۲ - درس ۳)

با توجه به تعریف تانژانت و کتانژانت داریم:

$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \\ \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \end{cases} \Rightarrow \frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} = \frac{1 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{1 + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\frac{\cos \alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} = \tan \alpha$$

۵- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۲ ◀ درس ۱)

نکته: در هر مثلث، مساحت برابر با «نصف حاصل ضرب دو ضلع در سینوس زاویه بین آن دو ضلع» است.

با توجه به نکته بالا، مساحت مثلث ABC برابر است با:

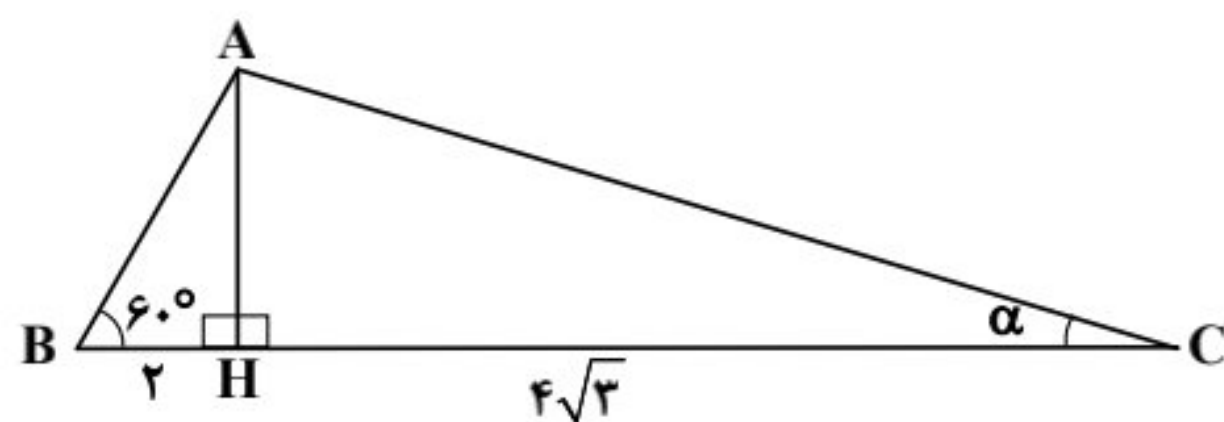
$$S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$$

۶- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۲ ◀ درس ۱)

نکته: در مثلث قائم الزاویه، برای زاویه حاده α داریم:

$$\cot \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}} \quad \tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABH$ با توجه به تعریف تانژانت داریم:

$$\tan \hat{B} = \frac{AH}{BH} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{AH}{2} \Rightarrow AH = 2 \tan 60^\circ = 2\sqrt{3}$$

همچنین در مثلث قائم الزاویه $\triangle ACH$ ، با توجه به تعریف کتانژانت داریم:

$$\cot \alpha = \frac{HC}{AH} = \frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 2$$

۷- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۳ ◀ درس ۳)

$$\text{نکته: } \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

ابتدا دو طرف را ساده می‌کنیم به طوری که در طرفین توان‌هایی از پایه ۲ داشته باشیم.

$$\sqrt[n]{32} \times \sqrt[n]{8} = \sqrt{2} \Rightarrow (2^5)^{\frac{1}{n}} \times (2^3)^{\frac{1}{n}} = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2^{\frac{5}{n}} \times 2^{\frac{3}{n}} = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2^{\frac{5}{n} + \frac{3}{n}} = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2^{\frac{8}{n}} = 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{8}{n} = \frac{1}{2} \Rightarrow n = 16$$

۸- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۳ ◀ درس ۴)

$$\text{نکته: } (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

با توجه به اتحاد مکعب دوجمله‌ای داریم:

$$(2x-3)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2(-3) + 3(2x)(-3)^2 + (-3)^3 = 8x^3 - 9 \times 4x^2 + 9 \times 6x - 27 = 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$$

بنابراین جمله شامل x^2 به صورت $-36x^2$ است.

۹- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۳ ◀ درس ۴)

نکته: یک عبارت گویا، به ازای مقدارهایی از متغیر که مخرج آن صفر می‌شود، تعریف نمی‌گردد.

مخرج‌ها را برابر صفر قرار می‌دهیم و مقادیر x را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{3+x} - \frac{5}{1+x^2} : \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=-2 \\ 3+x=0 \Rightarrow x=-3 \\ 1+x^2=0 \text{ غیرممکن} \end{cases}$$

بنابراین عبارت به ازای مجموعه مقادیر $\{-3, -2\}$ تعریف نمی‌شود.

۱۰- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۱)

نکته: اگر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ یک ریشه مضاعف داشته باشد، آن ریشه برابر $x = -\frac{b}{2a}$ است.با توجه به نکته، اگر معادله درجه دوم $2x^2 + 3x + (\Delta m - 1) = 0$ یک ریشه مضاعف داشته باشد، آن ریشه برابر است با:

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-3}{2 \times 2} = -\frac{3}{4}$$

۱۱- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۳)

نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به شرطی همواره بالای محور x ‌ها است که $a > 0$ و $\Delta < 0$ باشد.

$$(1) \quad a > 0 \Rightarrow 2m > 0 \Rightarrow m > 0$$

$$(2) \quad \Delta < 0 \Rightarrow (-12)^2 - 4m(m-3) < 0 \Rightarrow 18 - m(m-3) < 0 \Rightarrow m^2 - 3m - 18 > 0 \Rightarrow (m-6)(m+3) > 0$$

x	-3	6
$(m-6)(m+3)$	$+$	$-$

$$\Rightarrow m > 6 \text{ یا } m < -3$$

از اشتراک دو محدوده به دست آمده داریم: $m > 6$

۱۲- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۳)

عدد ۳ را به طرف دیگر نامعادله منتقل می کنیم تا سمت راست معادله برابر صفر شود. سپس با کمک گرفتن از جدول تعیین علامت نامعادله را حل می کنیم:

$$\frac{4x-2}{x+1} > 3 \Rightarrow \frac{4x-2}{x+1} - 3 > 0 \Rightarrow \frac{4x-2-3x-3}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{x-5}{x+1} > 0$$

		-1	5	
$x-5$	-	-	o	+
$x+1$	-	o	+	+
$\frac{x-5}{x+1}$	+	-	o	+

تعریف نشده

$\Rightarrow x < -1$ یا $x > 5$

بنابراین مجموعه جواب نامعادله به صورت $(-\infty, -1) \cup (5, +\infty)$ است، یعنی $a = -1$ و $b = 5$ ، پس: $a + b = 4$

۱۳- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۴ ◀ درس ۲)

نکته: در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، نقطه $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ رأس سهمی است. عرض رأس سهمی را می توان با قرار دادن $x = -\frac{b}{2a}$ در معادله سهمی نیز به دست آورد.

با توجه به نکته، طول رأس سهمی برابر $1 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \times 2}$ است. با جای گذاری این مقدار در ضابطه سهمی، عرض رأس سهمی به دست می آید:

$$x=1 \Rightarrow 2(1)^2 - 4(1) + k = 2 \Rightarrow -2 + k = 2 \Rightarrow k = 4$$

۱۴- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * ریاضی (فصل ۵ ◀ درس ۲)

راه حل اول:

می‌دانیم ضابطه جبری یک تابع خطی به صورت $y = ax + b$ است. با توجه به فرض مسأله، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} f(-6) = 0 \\ f(3) = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6a + b = 0 \\ 3a + b = 3 \end{cases}$$

$$-9a = -3 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \Rightarrow b = 2$$

پس معادله خط به صورت $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$ است. بنابراین: $f(15) = \frac{15}{3} + 2 = 7$

راه حل دوم:

نکته: معادله خطی که از دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) می‌گذرد، عبارت است از:

$$y - y_1 = \overbrace{\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}^{\text{شیب خط}} (x - x_1)$$

با توجه به نکته، معادله خطی که از دو نقطه $(-6, 0)$ و $(3, 3)$ می‌گذرد، عبارت است از:

$$y - 0 = \frac{3 - 0}{3 - (-6)}(x + 6) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + 2$$

ادامه راه حل مشابه است.

۱۵- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی (فصل ۵ ◀ درس ۱)

با توجه به اینکه رابطه‌ای تابع است که هیچ دو زوج مرتب مختلف با مؤلفه‌های اول یکسان نداشته باشد لذا بایستی داشته باشیم:

$$a^2 = a + 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (a + 1)(a - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 & \text{غ ق ق} \\ a = 2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

 $a = -1$ غیر قابل قبول است زیرا در اینصورت در رابطه‌ی داده شده دو زوج مرتب بصورت $(-1, 4)$ و $(-1, 5)$ داریم که شرط تابع بودن را نقض می‌کند.

۱۶- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * ریاضی (فصل ۵ ◀ درس ۳)

نکته: اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند و هر عضو از دامنه تابع دقیقاً به همان عضو در برد نظیر شود، تابع را همانی می‌نامند. اگر دامنه تابع همانی را R در نظر بگیریم، نمودار آن همان خط $y = x$ است که با معادله $f(x) = x$ هم نمایش داده می‌شود.

این تابع همانی را به صورت زوج مرتب نشان می‌دهیم:

$$f = \{(1, 1), (2, 2), (a, 3), (-2, b)\}$$

مطابق نکته، در این تابع باید $a = 3$ و $b = -2$ باشد، بنابراین: $a + b = 1$

۱۷- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۵ ◀ درس ۳)

چون f تابعی ثابت است، پس برد آن تک‌عضوی است.چون g تابعی همانی است، پس: $g(x) = x$

$$g(2) + f(2) = 4 \Rightarrow 2 + f(2) = 4 \Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow f(x) = 1$$

$$g(2) - f(2) = 2 - 1 = 1$$

۱۸- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۵ ◀ درس ۳)

برای محاسبه $f(-1)$ از ضابطه $-2x + 1$ و برای محاسبه $f(2)$ از ضابطه $mx - 2$ استفاده می‌کنیم:

$$f(-1) = -2(-1) + 1 = 3, \quad f(2) = 2m - 2$$

$$f(-1) + f(2) = 7 \Rightarrow 3 + 2m - 2 = 7 \Rightarrow 2m = 6 \Rightarrow m = 3$$

حال مقدار $f(3)$ برابر است با:

$$f(3) = 3 \times 3 - 2 = 7$$

۱۹- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۶ ◀ درس ۲)

نکته: تعداد جایگشت‌های r تایی از n شیء متمایز یا به عبارتی تعداد انتخاب‌های r شیء از میان n شیء متمایز را که در آن‌ها ترتیب قرارگرفتن مهم باشد، با $P(n, r)$ نمایش می‌دهیم و مقدار آن از دستور مقابل محاسبه می‌شود: $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$

حروف کلمات «سلام» را به صورت یک بسته در نظر می‌گیریم. تعداد جایگشت‌های این بسته با ۲ حرف دیگر (حرف «و» و حرف «ه») برابر ۳! است. دقت کنید که چون باید حروف به صورت «سلام» باشند، پس داخل بسته جایگشتی نداریم.

۲۰- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۶ ◀ درس ۳)

نکته: تعداد زیرمجموعه‌های r عضوی از یک مجموعه n عضوی برابر است با:

$$\binom{n}{r}$$

مجموعه اعداد فرد یک‌رقمی به صورت $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ است. تعداد زیرمجموعه‌های سه‌عضوی که شامل عضو ۳ باشند، مطابق نکته برابر انتخاب ۲ عضو از میان ۴ عضو باقی‌مانده اعداد فرد است.

$$\binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

۲۱- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۶ ◀ درس ۲)

نکته: $n! = n(n-1)! = n(n-1)(n-2)!$

$$\frac{11! - 9! \times 4!}{2 \times 9!} = \frac{11 \times 10 \times 9! - 9! \times 24}{2 \times 9!} = \frac{9!(110 - 24)}{9! \times 2} = 43$$

۲۲- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۶ ◀ درس ۳)

اگر در انتخاب ۴ نفر بخواهیم تعداد داوطلبان رشته ریاضی از داوطلبان رشته تجربی بیشتر باشد دو حالت زیر اتفاق می افتد:

$$۱) \binom{5}{3} \binom{4}{1} = 40$$

$$۲) \binom{5}{4} = 5$$

بنابراین تعداد کل حالات برابر $40 + 5 = 45$ است.

۲۳- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۷ ◀ درس ۱)

نکته: اگر بخواهیم m شیء و n شیء متمایز به صورت یک درمیان کنار هم قرار گیرند تعداد حالت ها برابر است با:

$$\begin{cases} 2m!n! & m = n \\ m!n! & |m - n| = 1 \\ 0 & m \neq n, |m - n| \neq 1 \end{cases}$$

$$n(S) = 5! = 120$$

$$n(A) = 3! \times 2! = 12$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$$

۲۴- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۷ ◀ درس ۲)

اگر تمام افراد یا اعضای جامعه ی آماری مورد مطالعه قرار گیرد، آنگاه «سرشماری» صورت پذیرفته است.

۲۵- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۷ ◀ درس ۱)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \text{ و } P(A) = 1 - P(A') \text{ : نکته}$$

متمم پیشامد خواسته شده آن است که مجموع اعداد روشده در دو تاس ۵ یا ۶ بیاید، پس:

$$A' = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$$

بنابراین احتمال خواسته شده برابر است با:

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{9}{36} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

۲۶- پاسخ:

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۷ ◀ درس ۱)

برای اینکه یک عدد فرد باشد بایستی رقم یکانش عددی فرد باشد یعنی رقم یکان عدد ۵ رقمی مفروض بایستی یکی از ارقام ۱ یا ۳ یا ۵ باشد پس احتمال برابر است با:

$$P(A) = \frac{3}{5}$$