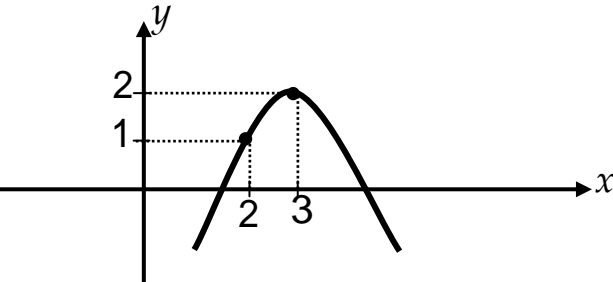
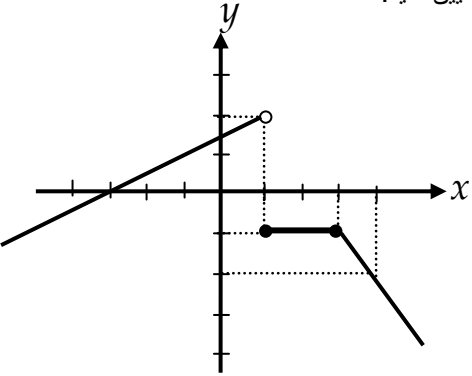
 تاریخ آزمون: ۹۴/۱۰/۲۶ مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه شماره صندلی:		<b>باسمه تعالی</b> <b>مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴</b> <b>دیپارتمان غیر دولتی هدی (دوره دوم)</b> آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۹۴-۹۵ تعداد صفحه: ۳      تعداد سؤال: ۱۵		نام و نام خانوادگی: سئوالات امتحان درس: حسابان پایه: سوم رشته: ریاضی نام دبیر: خانم قاسمی	
بارم		شرح سوالات		ردیف	
۱/۵	۱	در یک دنباله حسابی جمله یازدهم برابر با ۳۴ می باشد. اگر مجموع ۱۶ جمله ی اول در این دنباله ۴۲۴ باشد، دنباله را تشکیل دهید.		۱	
۱	۲	دنباله ای با عدد ۷۶۸ شروع می شود و هر جمله نصف جمله ی قبلی می باشد. حد مجموع (مجموع همه ی جملات) این دنباله را حساب کنید.		۲	
۱/۵	۳	مقادیر $m$ و $n$ را چنان بدست آورید که چند جمله ای $p(x) = 3x^3 + 2x^2 - mx + n$ بر $(x - 1)$ بخش پذیر بوده و باقی مانده تقسیم آن بر $(x + 2)$ برابر با $-15$ شود.		۳	
۱/۵	۴	در شکل زیر نمودار یک تابع درجه ی دوم دیده می شود. ضابطه ی آن را پیدا کنید. 		۴	
۱/۵	۵	معادله ی $\sqrt{x+1} - 2x = x^2 + 1$ را به روش هندسی حل کنید.		۵	

۱/۵	<p>معادله ی <math>\frac{2x+1}{x^2-16} + \frac{x}{x+4} = \frac{x-1}{x-4} - \frac{4x}{9}</math> را به روش جبری حل کنید.</p>	۶
۱/۵	<p><math>f</math> تابعی با ضابطه <math>f(x) =  2x - 4  +  x + 1 </math> می باشد، تابع <math>f</math> را با برداشتن قدرمطلق بصورت یک تابع چند ضابطه ای بنویسید.</p>	۷
۱/۷۵	<p>در شکل زیر نمودار تابع <math>f</math> دیده می شود، ضابطه، دامنه و برد تابع <math>f</math> را تعیین کنید.</p> 	۸
۱/۷۵	<p>الف- دامنه ی <math>\text{gof}</math> را مشخص کنید.          ب- مقدار <math>\left(\frac{2f-g}{f}\right)(1)</math> را حساب کنید.</p> <p>اگر <math>f</math> و <math>g</math> توابعی با ضابطه های <math>f(x) = \sqrt{x}</math> و <math>g(x) = x^2 - 1</math> باشند :</p>	۹

۱/۵	معکوس پذیری تابع $f(x) = \sqrt{2x - 8}$ را بررسی کنید و در صورت امکان ضابطه معکوس آن را بنویسید.	۱۰
۱	کدامیک از موارد زیر تابع است و کدام نیست؟ بررسی کنید. I) $y^2 + x^2 = 0$ II) $y^2 + 3x = 6$	۱۱
۱	اگر $f(x) = x^2 + 2x + 2$ باشد. تابع $g(x)$ را به قسمی بیابید که : $(f \circ g)(x) = x^2 - 4x + 5$	۱۲
۰/۷۵	مساحت مثلث قائم الزاویه ای ۳۶ سانتی متر مربع است طول وتر آن را به عنوان تابعی از ضلع کوچکتر بنویسید.	۱۳
۰/۷۵	زوج یا فرد بودن تابع $f$ با ضابطه $f(x) = \frac{x^4 + 10}{x^5 + x^7}$ را تعیین کنید.	۱۴
۱/۵	نمودار تابع $f$ با ضابطه $f(x) = \left[ \frac{1}{3}x \right] + 1$ را در بازه $[-6, 6]$ رسم کنید.	۱۵
وب سایت دبیرستان:      ایمیل دبیرستان:      تلفن:		

۹۴, ۱۰, ۲۴

سری حسابی

با استفاده از سوالات حسابان

$$t_{11} = ۳۴ \quad S_{14} = ۴۲۴$$

$$a = ? \quad d = ?$$

①

$$\begin{cases} a + 1 \cdot d = ۳۴ \\ \frac{14(2a + (14-1)d)}{2} = ۴۲۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 1 \cdot d = ۳۴ \\ ۱۴a + 10d = ۵۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -۲a - ۲ \cdot d = -۶۸ \\ ۱۴a + 10d = ۵۴ \end{cases}$$

$$\frac{-۵d = -۱۵}{d = ۳} \quad \boxed{a = ۳}$$

$$a + 10d = ۳۴ \Rightarrow a + 10 \times ۳ = ۳۴ \Rightarrow \boxed{a = ۴}$$

$$a = \sqrt{48} \quad q = \frac{1}{4} \quad S_{\infty} = \frac{a}{1-q} \quad S = \frac{\sqrt{48}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{48}}{\frac{3}{4}}$$

$$\Rightarrow S_{\infty} = \sqrt{48} \times 4 = 16\sqrt{3}$$

$$P(x) = ۳x^2 + ۲x - mx + n \quad P(1) = 0 \Rightarrow ۳ + ۲ - m + n = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{m - n = ۵} \quad P(-۲) = -۱۵ \Rightarrow -۲(-۲) + 1 + 2m + n = -۱۵$$

$$\boxed{2m + n = -15}$$

$$\begin{cases} m - n = ۵ \\ 2m + n = -15 \end{cases} \Rightarrow \frac{3m = -10}{m = -\frac{10}{3}}$$

$$m - n = ۵ \Rightarrow -\frac{10}{3} - n = ۵ \Rightarrow n = -\frac{25}{3}$$

$$y = a(x - x_0)^2 + y_0 \Rightarrow 1 = a(۲ - ۳)^2 + ۲ \Rightarrow 1 = a + ۲$$

$$\begin{cases} x_0 = ۳ \\ y_0 = ۲ \end{cases} \quad \begin{matrix} A \\ | \\ 1 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \boxed{a = -1}$$

$$y = -1(x - ۳)^2 + ۲$$

این دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم کنید!

$$\sqrt{x+1} - ۲x = x^2 + 1 \Rightarrow \sqrt{x+1} = x^2 + 2x + 1 \quad \sqrt{x+1} = (x+1)^2$$

$$\begin{array}{c|cccc} x & -۳ & -۲ & -1 & 0 & 1 \\ \hline y = (x+1)^2 & ۴ & 1 & 0 & 1 & ۴ \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} x & & -1 & 0 & ۳ \\ \hline \sqrt{x+1} & & 0 & 1 & ۲ \end{array}$$

$$C.P = \{-1, 0\}$$



$$\frac{r(x+1)}{x^2-14} + \frac{x}{x+r} = \frac{x-1}{x-r} - \frac{r}{r}$$

$$r \cdot r \cdot \sqrt{\phantom{x}} = r(x^2-14) = r(x-r)(x+r) \quad (9)$$

$$r(r(x+1)) + r x(x-r) = + r(x-1)(x+r) - r(x^2-14)$$

$$r x + r + r x^2 - 14 x = + r x^2 + 9 x - 14 - r x^2 + r r$$

$$r x^2 - 10 x - 14 = 0 \quad (10)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{10 \pm \sqrt{10^2 + 4 \cdot r \cdot 14}}{r} = \frac{10 \pm \sqrt{100 + 56r}}{r}$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{491}}{r} = \frac{10 \pm 19}{r}$$

$$x_1 = \frac{10+19}{r} = \frac{r \cdot \epsilon}{\epsilon} = \frac{14}{r} \quad (11)$$

$$\frac{10-19}{r} = \frac{-r}{r} = -1$$

$$E \cdot r = \left\{ \frac{14}{r}, -1 \right\} \quad (12)$$

$$rx - r = 0 \Rightarrow |x = r$$

$$x+1 = 0 \Rightarrow |x = -1 \quad (13)$$

$$f(x) = \begin{cases} -rx + r - x - 1 & x < -1 \\ -rx + r + x + 1 & -1 \leq x < r \\ rx - r + x + 1 & x \geq r \end{cases} \quad (14)$$

	$x$	$-1$	$r$	
$rx - r$		-	0	+
$x+1$		-	0	+

$$f(x) = \begin{cases} -rx + r & x < -1 \\ -x + 0 & -1 \leq x < r \\ rx - r & x \geq r \end{cases} \quad (15)$$

$$f(x) = \begin{cases} y - 0 = \frac{1-0}{r+r} (x+r) & x < -1 \\ -1 & -1 \leq x \leq r \\ y+1 = \frac{-r+1}{r-r} (x-r) & x > r \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{array}{c|c} -r & r \\ \hline 0 & 1 \end{array} \quad (17)$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \quad (18)$$

$$\begin{array}{c|c} r & r \\ \hline -1 & -r \end{array}$$

$$f(x) = \begin{cases} y = \frac{1}{a} (x+r) & x < -1 \\ -1 & -1 \leq x \leq r \\ y = -1(x-r) - 1 & x > r \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{a} x + \frac{r}{a} & x < -1 \\ -1 & -1 \leq x \leq r \\ -x + r & x > r \end{cases} \quad (19)$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} \quad (15)$$

$$D_f = [0, +\infty) \quad (9)$$

$$= \{x \in [0, +\infty) \mid f(x) \in \mathbb{R}\}$$

$$D_g = \mathbb{R} \quad (17)$$

$$= \{x \in [0, +\infty) \mid \sqrt{x} \in \mathbb{R}\} = [0, +\infty)$$

همه چیزها را بنویسید:  $x \geq 0$

$$\left(\frac{f \circ g}{f}\right)(1) = \frac{f(g(1)) - g(1)}{f(1)} = \frac{f(\sqrt{1}) - (1-1)}{\sqrt{1}} = \frac{f(1) - 0}{1} = \frac{1-1}{1} = 0 \quad (18)$$

$$f(x) = \sqrt{2x-1} \quad x \geq \frac{1}{2}$$

$$y = \sqrt{2x-1} \Rightarrow y^2 = 2x-1 \quad (10)$$

$$\Rightarrow y^2 + 1 = 2x \Rightarrow \frac{y^2 + 1}{2} = x \quad (16)$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x^2 + 1}{2}$$

$$\left| \begin{array}{l} x_1 \\ y_1 = \sqrt{2x_1-1} \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} x_2 \\ y_2 = \sqrt{2x_2-1} \end{array} \right|$$

$$y_1 = y_2 \Rightarrow \sqrt{2x_1-1} = \sqrt{2x_2-1} \Rightarrow 2x_1-1 = 2x_2-1 \Rightarrow 2x_1 = 2x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$$

تابع در دامنه نمره قبلی است. پس متکوس نیز است.

$$I) \quad y^2 + x^2 = 0 \Rightarrow (x=0, y=0) \quad f = \{(0,0)\} \quad (11)$$

$$II) \quad y^2 + 2x = 4 \Rightarrow y^2 = -2x + 4 \Rightarrow y = \pm \sqrt{-2x+4}$$

$$x=0 \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow y = \pm 2$$

پس برای  $x=0$  دو جواب وجود دارد. پس تابع نمی باشد.

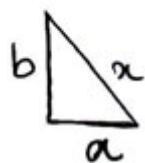
$$f(x) = x^2 + 2x + 2 \quad (f \circ g)(x) = x^2 - 4x + 5 \quad (12)$$

$$f(g(x)) = (g(x))^2 + 2(g(x)) + 2 \Rightarrow (g(x))^2 + 2(g(x)) + 2 = x^2 - 4x + 5 \quad (13)$$

$$(g(x))^2 + 2(g(x)) + 1 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow (g(x)+1)^2 = (x-2)^2$$

$$\Rightarrow g(x)+1 = |x-2| \Rightarrow g(x) = |x-2|-1 \quad (14)$$

$$S = \frac{1}{2} ab$$



$$a < b$$

$$S = \frac{1}{2} ab$$

$$\textcircled{12a}$$

$$\textcircled{12}$$

$$\frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} a \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{ab}{a} = b$$

$$b = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$$

$$x = a^r + b^r \Rightarrow x = a^r + \left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}\right)^r \Rightarrow x = a^r + \frac{(\sqrt{a^2 + b^2})^r}{a^r}$$

$$\forall x, -x \in D_f \left. \begin{array}{l} f(-x) = -f(x) \end{array} \right\} \text{جفت}$$

$$f(-x)$$

$$\textcircled{13}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{x^a + x^b = 0\} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$x^a(1+x^b) = 0 \Rightarrow x^a = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$1+x^b = 0 \Rightarrow x^b = -1$$

$$\textcircled{13a}$$

$$x, -x \in \mathbb{R} - \{0\} \checkmark$$

$$\textcircled{13a}$$

$$f(-x) = \frac{(-x)^a + 1}{(-x)^a + (-x)^b} = \frac{x^a + 1}{-x^a - x^b} = -\frac{x^a + 1}{x^a + x^b} = -f(x)$$

تابع فرد است

$$f(x) = \left[\frac{1}{3}x\right] + 1 \quad [-4, 4] \quad -4 \leq x \leq 4 \quad \textcircled{14}$$

$$-2 \leq \frac{1}{3}x \leq 2$$

$$-2 \leq \frac{1}{3}x < -1 \Rightarrow y = -2 + 1 = -1$$

$$-4 \leq x < -3$$

$$-1 \leq \frac{1}{3}x < 0 \Rightarrow y = -1 + 1 = 0$$

$$-3 \leq x < 0$$

$$0 \leq \frac{1}{3}x < 1 \Rightarrow y = 0 + 1 = 1$$

$$0 \leq x < 3$$

$$1 \leq \frac{1}{3}x < 2 \Rightarrow y = 1 + 1 = 2$$

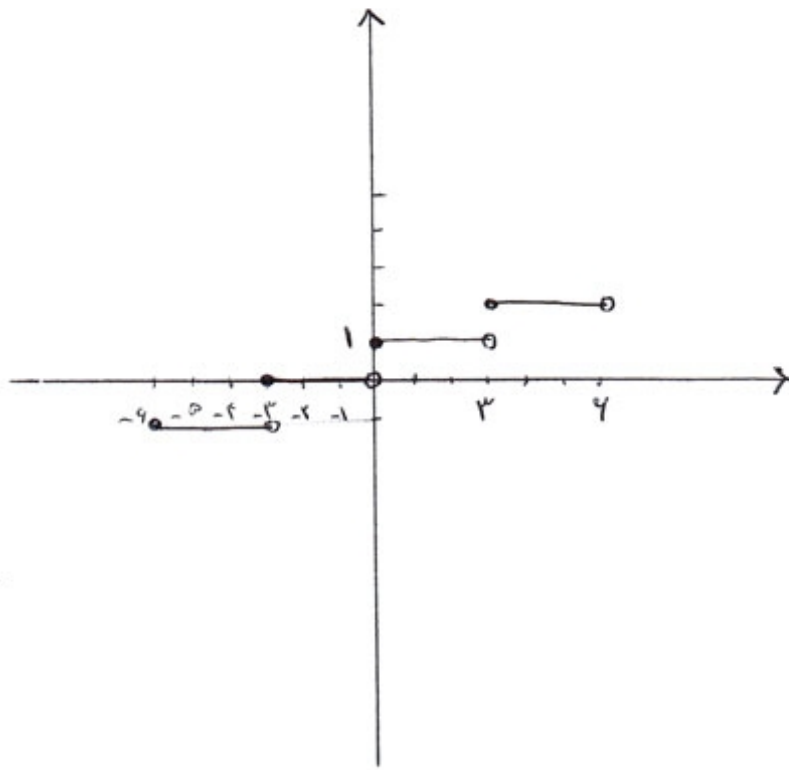
$$3 \leq x < 4$$

$$\textcircled{1}$$

$$\frac{1}{3}x = 2 \Rightarrow x = 6 \quad y = 2 + 1 = 3$$

ارائه در صفحه بعد

۴



10